



هومن حیدریان
کارشناس ارشد ژئوتکنیک

چالشی نو در استفاده از پارامتر مدول عکس‌العمل بستر در طراحی پی‌ها

مقدمه

یکی از ساده‌ترین و قدیمی‌ترین مدل‌های رفتاری زمین به عنوان بستر پی‌های سطحی، مدل وینکلر (Winkler-1867) است. در این مدل زمین به صورت بستری از بی‌شمار فنر الاستیک خطی با عملکرد مستقل در نظر گرفته می‌شود. رابطه ریاضی این مدل به صورت $\frac{q}{K_S} = \Delta_i$ است. در این مدل تنش تماسی بین پی و زمین در هر نقطه (q) متناسب با نشست در آن نقطه (Δ) فرض شده است. ضریب این تناسب، مدول عکس‌العمل بستر نامگذاری شده است. پیچیدگی‌های رفتاری زمین (تغییر شکل‌های غیرخطی، زمان‌مند و ...) در مدل وینکلر الزاماً باید در پارامتر مدول عکس‌العمل بستر لحاظ شود و بر این اساس مدل وینکلر جزء مدل‌های تک‌پارامتری دسته‌بندی می‌شود. بزرگترین عامل خطا در این مدل عدم مبادله تنش برشی بین فنرهای مجاور (مشابه با یک سیال سخت) و نتیجتاً غیرپیوسته بودن بستر است. شاید بتوان تنها مزیت این مدل را سادگی و متعاقباً گسترش و رونق نرم‌افزارهای تجاری مبتنی بر آن دانست. نرم‌افزار SAFE به عنوان یک نرم‌افزار رایج در تحلیل و طراحی پی‌های سطحی بر مبنای این مدل تهیه شده است. در این نوشتار چالش زیر بررسی شده است:

آیا در یک آنالیز مبتنی بر مدول وینکلر به صورت همزمان مقادیر صحیحی از لنگر و تغییر شکل حاصل می‌شود؟

از تنش‌های تماسی موجود در زیر پی کاسته می‌شود و نتیجتاً مقدار q_i در هر نقطه به $q_i - \Delta_{\min} \cdot K_S$ کاهش می‌یابد و متناظراً مقدار Δ_i نیز به $\Delta_i - \Delta_{\min}$ تغییر می‌کند. در این شرایط مقدار $K_S = \frac{q_i}{\Delta_i} = \frac{q_i - \Delta_{\min} \cdot K_S}{\Delta_i - \Delta_{\min}}$ خواهد بود. رابطه‌ی اخیر مستقل از مفهومی که در آن مستتر است، به راحتی از قوانین کسرهای مساوی در ریاضیات قابل استخراج بود. هدف از اعمال بار گسترده‌ی ω ، انتقال پی به صورت جسم صلب به اندازه‌ی Δ_{\min} به سمت بالا بود که در این حالت مقادیر لنگر (و برش) در هر نقطه از پی تغییر نخواهد کرد و همان‌گونه که نشان داده شد، این اتفاق به ازای مقادیر یکسانی از K_S اتفاق افتاد. به عبارت دیگر، به ازای یک مقدار از K_S و یک توزیع لنگر در پی گسترده می‌توان دو توزیع نشست $\Delta_i - \Delta_{\min}$ را برای آن پی متصور شد. واقعیت آن است که انتخاب مقدار Δ_{\min} اختیاری است و می‌توان بی‌نهایت جابه‌جایی صلب در پی اعمال کرد که همگی با یک مقدار K_S و یک توزیع یکسان لنگر متناظر هستند، ولی الگوی تغییرات نشست در آن‌ها متفاوت است. این موضوع به روشنی عدم اعتماد به مقادیر تغییر شکل مطلق پی در آنالیزهای مبتنی بر مدل وینکلر و برعکس قابل اعتمادتر بودن مقادیر تغییر شکل‌های نسبی (نشست تفاضلی/ دوران پی) را نشان می‌دهد.

عدم هم‌خوانی نشست‌های پیش‌بینی شده در تحلیل‌های ژئوتکنیکی مبتنی بر تئوری‌های محیط پیوسته با تحلیل‌های سازه‌ای مبتنی بر تئوری وینکلر از جمله تبعات انتخاب نادرست مقدار و توزیع مدول عکس‌العمل بستر است.

بر اساس آن‌چه گفته شد Vesic (1961) و Saxena (1968) پیشنهاد دادند که از دو مقدار K_S در تحلیل‌های مبتنی بر مدل وینکلر استفاده شود. K_{SM} و K_{SD} دو مقدار متفاوت از K_S هستند که به ترتیب برای تخمین لنگرها (و برش) و تغییر شکل‌های پی تعریف شده است.

به عبارت دیگر محاسب پی باید یک‌بار از پارامتر K_{SM} (M=Moment) برای طراحی سازه‌ای پی استفاده کند و یک‌بار در قالب تحلیلی دیگر برای کنترل تغییر شکل‌های پی باید از پارامتر K_{SD} (D=Displacement) استفاده شود. پرسش جدیدی که مطرح

مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از تحلیل پی با فرض زمین به عنوان یک محیط پیوسته با تحلیل‌های مبتنی بر مدل وینکلر، نشان می‌دهد که استفاده از یک مقدار K_S ، نمی‌تواند به صورت هم‌زمان منتهی به مقادیر صحیحی از نشست و لنگر شود. عدم تناظر مقادیر لنگر، نشست و مدول عکس‌العمل بستر در قالب یک مثال ساده تشریح می‌شود. پی گسترده‌ای را در نظر بگیرید که تحت بارهای متمرکز ناشی از ستون‌های مستقر بر آن بر اساس یک مقدار ثابت از K_S و بر مبنای مدل رفتاری وینکلر تحلیل شده است و در زیر این پی توزیع غیریک‌نواختی از تنش‌ها و نشست‌ها ایجاد شده است. فرض می‌شود حداقل مقدار تغییر شکل در این تحلیل Δ_{\min} باشد. با توجه به تعریف K_S ، رابطه‌ی زیر در هر نقطه از پی برقرار است:

$$K_S = \frac{q_i}{\Delta_i}$$

در این شرایط یک بار گسترده‌ی یک‌نواخت جدید به شدت $\omega = \Delta_{\min} \cdot K_S$ روی سطح پی گسترده به سمت بالا به صورت کششی در نظر گرفته می‌شود. با توجه به گسترده فرض کردن بار وارده و یکسان بودن مقدار K_S در کل محدوده پی، دقیقاً معادل با همین بار گسترده



می‌شود، ارتباط بین K_{SD} و K_{SM} و نحوه تخمین این دو پارامتر است.

رابطه K_{SM} و K_{SD}

برای تعیین رابطه K_{SM} و K_{SD} ضروری است تا ارتباط بین تغییرشکل نقاط مختلف پی بررسی شود. برای این منظور یک بستر الاستیک نیمه‌بی‌نهایت را در نظر می‌گیریم که تحت یک بارگذاری یک‌نواخت (مثلاً مربعی یا مستطیلی شکل) با شدت یک‌نواخت q قرار دارد. در این شرایط نشست بستر در نقاط مختلف این سطح بارگذاری متفاوت است. جدول زیر، که در اغلب کتاب‌های کلاسیک مهندسی پی قابل مشاهده است، ارتباط نسبی بین نشست در نقاط مختلف سطوح بارگذاری مربعی و مستطیلی را نشان می‌دهد.

ارتباط نسبی مقدار نشست در نقاط مختلف سطح بارگذاری

شکل سطح بارگذاری	مرکز	گوشه	وسط ضلع بزرگتر	متوسط
مربعی	1.12	0.56	0.76	0.95
مستطیلی (عرض اطول)				
2	1.53	0.76	1.12	1.3
5	2.10	1.05	1.68	1.82
10	2.56	1.28	2.10	2.24

همان‌گونه که در ابتدای این نوشتار نشان داده شد، جلدی صلب یا تغییرشکل یک‌نواخت پی باعث ایجاد برش یا لنگر نخواهد شد. در این حالت اگر کل سطح بارگذاری به اندازه تغییرشکل حداقل آن (δ_{min}) که مربوط به گوشه‌ها است به سمت بالا کشیده شود، عملاً تغییری در تلاش‌های سازه‌ای (برش و لنگر) ایجاد نخواهد داشت. در این شرایط اگر K_{SD} را به صورت نسبت تنش متوسط به نشست متوسط به شکل زیر تعریف کنیم:

$$K_{SD} = \frac{q_{avg}}{\delta_{avg}}$$

در این صورت K_{SM} (با حذف تغییرشکل‌های صلب) به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$K_{SM} = \frac{q_{avg}}{\delta_{avg} - \delta_{min}}$$

جدول زیر رابطه بین K_{SD} و K_{SM} در اشکال مختلف بارگذاری را نشان می‌دهد:

نسبت مدول عکس‌العمل بستر متناظر با لنگر و نشست در اشکال مختلف بارگذاری

شکل سطح بارگذاری	K_{SM}/K_{SD}
مربعی	$\frac{0.95}{0.95 - 0.56} = 2.43$
مستطیلی (عرض اطول)	
2	$\frac{1.3}{1.3 - 0.76} = 2.41$
5	$\frac{1.82}{1.82 - 1.05} = 2.36$
10	$\frac{2.24}{2.24 - 1.28} = 2.33$

همان‌طور که مشاهده می‌شود در پی‌های مربعی تا مستطیلی و حتی نواری مدول عکس‌العمل بستر متناظر با لنگر (K_{SM}) در حدود 2.33 تا 2.43 برابر مدول عکس‌العمل بستر متناظر با نشست (K_{SD}) است. Vesic(1961) و Saxena(1968) رابطه‌ی زیر را بین K_{SD} و K_{SM} پیشنهاد داده بودند:

$$K_{SM} = 2.4K_{SD}$$

ضریب این رابطه با ضریب محاسبه شده به روش بالا هم‌خوانی بسیار خوبی دارد.

نتیجه‌گیری

برای دستیابی به مقادیر صحیحی از لنگر و نشست در تحلیل‌های مبتنی بر مدل وینکلر و از جمله نرم‌افزار SAFE ضروری است که تحلیل‌ها در دو نوبت به صورت مستقل انجام شود. تحلیل‌های مربوط به خروجی‌های لنگر و برش در پی باید بر اساس K_{SM} و تحلیل‌های مبتنی بر تغییرشکل پی باید بر اساس K_{SD} انجام شود. بین K_{SD} و K_{SM} رابطه $K_{SM} = 2.4K_{SD}$ برقرار است. K_{SD} از تقسیم کردن متوسط تنش‌های وارد بر پی به نشست متوسط پی $\left(K_{SD} = \frac{q_{avg}}{\delta_{avg}}\right)$ محاسبه می‌شود. با توجه به آن که عموماً محاسبه‌ی تغییرشکل حداکثر پی با روابط مهندسی پی متعارف‌تر از محاسبه تغییرشکل متوسط پی است، می‌توان K_{SM} و K_{SD} را با روابط زیر تقریب زد:

$$K_{SM} \approx 3 \frac{q}{\delta_{max}}$$

$$K_{SD} \approx 1.25 \frac{q}{\delta_{max}}$$

در این روابط δ_{max} حداکثر نشست پی متناظر با بار q است. مقدار δ_{max} بر اساس روابط کلاسیک مهندسی پی برای اشکال مختلف بارگذاری محاسبه می‌شود.

گفتنی است با توجه به گسترش روش‌های تحلیل پی با فرض محیط پیوسته، اصلاحات یاد شده در آیین‌نامه‌های جدید پی‌سازی از جمله مبحث هفتم مقررات ملی ساختمان مشاهده نمی‌شود. بدیهی است تا پیش از استفاده از مدل‌های جامع‌تر، استفاده از انواع تصحیحات مرتبط با پارامتر مدول عکس‌العمل بستر، منتهی به جواب‌های واقع‌بینانه‌تری خواهد شد.

مراجع:

1. Design and construction of mat foundations, US Army Corps of Engineers, 1989
2. Indian Standard, Code of Practice For Design and Construction of Raft Foundations, 1982
3. Effect of soil subgrade modulus on raft foundation behavior, Omer Mughieda, Mohamed Sherif Mehana and Kenan Hazirbaba, MATEC Web of Conferences 120, 06010 (2017), ASCMCES-17
4. Winkler's single-parameter subgrade model from the perspective of an improved approach of continuum-based subgrade modeling Asrat Worku, department of civil engineering Addis Ababa University, Journal of EEA, Vol. 26, 2009

